Eric Mounier

Eléments de contenu de la conférence en direction de IEN mission maths, Paris septembre 2018

Ces éléments permettent de voir les liens avec la conférence de Nathalie Pfaff sur le rôle de la numération dans les techniques de calculs.

1) La numération orale : des aspects ordinaux en jeu.

Les noms des nombres de la comptine numérique sont constitués de proche en proche. Nous proposons d’insister sur ces régularités et non sur ce qui apparait généralement come des irrégularités. Pour illustrer la structure de la comptine, on peut s’imaginer en train de dénombrer une collection.

* La numération orale utilisée actuellement en France est structurée à l’aide de deux comptines numériques : la petite comptine est composée des 9 termes « un », « deux », …, « huit », « neuf », et la grande comptine composée des 19 termes « un », « deux », …, « dix-huit », « dix-neuf ». Il s’agit d’atteindre des nombres avec ces deux comptines. On procède alors ainsi :

On utilise la grande comptine pour atteindre « vingt » puis la petite pour atteindre « trente », puis encore trois fois la petite pour atteindre respectivement « quarante », « cinquante », « soixante ». Une fois atteint « soixante », on utilise la grande comptine pour atteindre « quatre-vingt » et encore la grande comptine pour atteindre « cent ».

* Au-delà de cent, on répète le processus en y adjoignant les termes « cent » puis « deux-cent », etc. puis « mille », « deux-mille » etc.

2) La numération écrite chiffrée : aspects décimaux et aspects positionnels (terminologie du programme) pour une vision cardinale du nombre.

La numération écrite chiffrée ne dérive pas de la numération orale : elle suit sa logique propre.

Pour illustrer ces aspects, il faut s’imaginer avoir une collection d’éléments dont il s’agit d’écrire le nombre via le système écrit de la numération écrite chiffrée.

* L’aspect décimal de la numération écrite chiffrée met en jeu le choix d’un premier groupement (choix conventionnel, c’est dix), puis des groupements de groupement (on choisit de constituer ces groupements d’ordre supérieur en prenant dix fois le groupement précédent). Dix a donc un double rôle.

Dix est en effet tout d’abord la 1re unité de compte (ou 1re unité de numération) après l’unité simple (que l’on nomme simplement unité pour les élèves). C’est cette nouvelle unité qu’il s’agit de découvrir au CP.

Ensuite, au CE1, l’unité suivante est constituée de dix fois une dizaine que l’on nomme centaine : là intervient donc le nouvel emploi de dix, dix fois l’unité de numération précédente. Le fait qu’une centaine (vue comme dix dizaines) soit égale à cent est une conséquence à faire comprendre aux élèves de CE1.

Au CE2, le processus continue, avec l’introduction du millier comme dix centaines.

Si on met en œuvre ces principes pour un dénombrement, on se retrouve à organiser des collections de manière maximale en dizaines puis dizaines de dizaines, etc.

* L’aspect positionnel entre en jeu quand il va s’agir de passer d’une telle organisation à une écriture du nombre. La solution consiste à indiquer le nombre de groupements de chaque sorte. Comme l’organisation est maximale, il ne peut y avoir qu’au plus 9 groupements d’une sorte, ce qui nécessite donc dix symboles : on utilise de manière conventionnelle les dix chiffres de 0 à 9. L’écriture du nombre en unités de numération est alors du type 4u 5c 2d. De manière conventionnel, si on positionne les chiffres toujours de la même manière en les mettant en ligne par ordre croissant de droite à gauche, il sera inutile d’indiquer les groupements (unités de numération) auquel chacun se réfère : on passe de 4u 5c 2d à 5c 2d 4u puis 524. Ceci nécessite alors le signe 0 pour indiquer un éventuel manque d’une unité de numération.

Quelles conséquences pour l’apprentissage au cycle 2 ?

1. Chaque structure de numération peut être comprise indépendamment en lien avec une procédure de dénombrement (illustrer ici pour une quantité inférieure à cent) : utiliser la comptine des dizaines dix, vingt, trente etc. puis celle des unités (un, deux, etc.) pour obtenir le nom du nombre ; compter les dizaines (1, 2, 3 etc. dizaines) et les unités restantes (1, 2, 2, etc. unités), puis écrire les chiffres dans le bon ordre (aspect positionnel).

On a aussi cette distinction pour les calculs (conférence de Nathalie Pfaff) : la numération orale est mobilisée prioritairement dans le calcul mental, la numération écrite chiffrée dans le calcul posé.

1. Le champ numérique est décomposé de manière différente selon chaque numération.

* Pour la numération orale, le plus important est de comprendre au CP la structure de la comptine jusqu’à cent : une grande comptine, quatre petites comptines et deux grandes comptines pour atteindre successivement les nombres vingt, trente, quarante, cinquante, soixante, quatre-vingts et cent. Les étapes dans l’apprentissage sont donc vingt, soixante, quatre-vingts et cent. Ce qui ne veut pas dire qu’il ne faille pas faire des « arrêts » pour un entrainement (par exemple dix, trente et quarante… mais il est inutile d’en faire entre soixante et quatre-vingts ni entre quatre-vingt et cent, ces morceaux pouvant s’apprendre d’un seul tenant à l’aide de la grande comptine).
* Pour la numération écrite chiffrée. Les étapes dans les apprentissages suivent le nombre des chiffres.
  + Au CP, après s’être assuré de la compréhension des nombres à 1 chiffre (fait à la maternelle) on peut découvrir le fonctionnement de la numération pour les nombres à deux chiffres : il n’est pas plus difficile d’écrire le nombre d’élément d’une collection en comportant trente qu’une en comportant quatre-vingt-deux puisqu’il s’agit de l’organiser de manière maximale en dizaines et unités (aspect décimal) et d’en rendre compte par deux chiffres correctement ordonnés.
  + Au CE1, il s’agit de poursuivre la logique du CP : 12d 5u s’écrit 125. Mais il faut aussi introduire le nouveau principe (le 2e de l’aspect décimal) celui d’une nouvelle unité de numération obtenue en considérant 10 dizaines : dans 125 il s’agit de voir 10d 2d 5u puis 1c 2d 5u. Une étude des nombres jusqu’à 199 est donc profitable pour introduire la centaine avant de passer à ceux jusqu’à 999.
  + Au CE2, il s’agit de poursuivre cette logique. Introduction du millier comme 10 centaines pour les nombres jusqu’à 1999 puis plusieurs milliers pour les nombres jusqu’à 9999.

Dans ces apprentissages il ne s’agit pas de négliger le passage d’une numération à une autre (et donc lire, dire, écrire les nombres), bien au contraire, il s’agit de donner des repères pour identifier ce qui les caractérise afin de donner des outils pour voir ce qui les relie. L’apprentissage de la lecture/écriture des nombres y a donc toute sa place.

Le but de la conférence n’est pas de bouleverser la pratique des PE, mais d’apporter des connaissances qui permettent de comprendre les sources des erreurs des élèves ainsi que de nouveaux outils pour piloter son enseignement.

Par exemple, nous allons montrer qu’il est possible d’introduire de manière explicite deux procédures de dénombrement : l’une qui permet d’obtenir facilement le nom du nombre par un comptage de dix en dix (dix, vingt, trente, etc.) et des unités, l’autre son écriture chiffrée par un comptage du nombre de dizaines et d’unités. Cela permet à la fois de mieux conceptualiser chacune des numérations, de voir leurs liens (en particulier le rôle de dix) mais aussi de proposer une pratique de vérification/validation qui est profitable aux apprentissages (quels qu’ils soient d’ailleurs).

Un autre outil sera la frise numérique : comment en construire une facilement qui soit bien adaptée aux apprentissages ?

Les formations proposées aux enseignants pourraient avoir entre autres pour objectif de s’emparer de ces outils, les tester et en rendre en compte de manière collective.